Ćwiczenie 2

a) Wiadomo, że $\sin\alpha = 0{,}8$ oraz α jest kątem ostrym. Oblicz $\cos\alpha$ i $\operatorname{tg}\alpha$.

b) Wiadomo, że $\cos\alpha = \frac{12}{13}$ oraz α jest kątem ostrym. Oblicz $\sin\alpha$ i $\operatorname{tg}\alpha$.

Aby obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych, możemy wykorzystać odpowiedni trójkąt prostokątny.

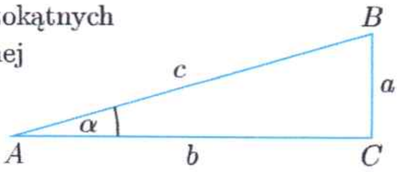
Ćwiczenie 3

Przeczytaj podany w ramce przykład.

Przykład

Wiadomo, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{7}{24}$ oraz α jest kątem ostrym. Oblicz $\sin\alpha$ i $\cos\alpha$.

Rysujemy trójkąt prostokątny o przyprostokątnych $a = 7$ i $b = 24$. Długość przeciwprostokątnej obliczamy, korzystając z twierdzenia Pitagorasa:



$$c = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$$

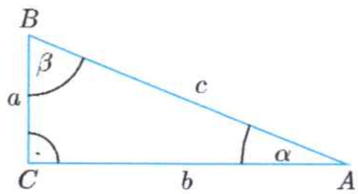
Zatem:

$$\sin\alpha = \frac{7}{25}, \quad \cos\alpha = \frac{24}{25}$$

Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α.

a) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{21}{20}$ b) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{2}$ d) $\operatorname{tg}\alpha = 2$

Przykład 2



Rozważmy trójkąt prostokątny ABC.

W tym trójkącie $\beta = 90° - \alpha$. Zauważmy, że:

$$\sin\beta = \sin(90° - \alpha) = \frac{b}{c}$$

i jednocześnie $\cos\alpha = \frac{b}{c}$, zatem $\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$.

TWIERDZENIE

1. $\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$
2. $\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$
3. $\operatorname{tg}(90° - \alpha) = \dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$

Ćwiczenie 4

Uzasadnij podane wyżej tożsamości trygonometryczne 2. i 3. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α, jeśli:

a) $\sin(90° - \alpha) = \frac{3}{10}$, b) $\cos(90° - \alpha) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, c) $\operatorname{tg}(90° - \alpha) = \frac{1}{3}$.

Ćwiczenie 4

Uzasadnienie tożsamości trygonometrycznych:

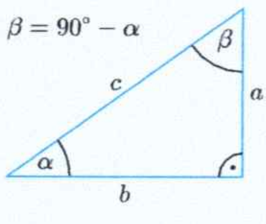
2. $\cos(90° - \alpha) = \frac{a}{c} = \sin\alpha$
3. $\operatorname{tg}(90° - \alpha) = \frac{b}{a} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$

a) $\cos\alpha = \frac{3}{10}$, $\sin\alpha = \frac{\sqrt{91}}{10}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{91}}{3}$

b) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}$

c) $\operatorname{tg}\alpha = 3$, $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$

$\beta = 90° - \alpha$



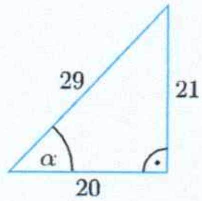
Ćwiczenie 2

a) $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3}$

b) $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{12}$

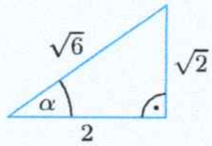
Ćwiczenie 3

a)



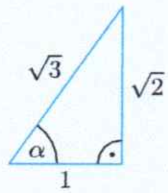
$\sin\alpha = \frac{21}{29}$, $\cos\alpha = \frac{20}{29}$

b)



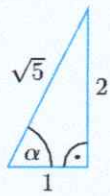
$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$

c)



$\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d)



$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$